Calcul littéral (1)

Dans toute la leçon, a, b, c, d et k désignent des nombres relatifs.

Développement

Développer une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une somme (ou d'une différence).

a) Développement simple (5e)

$$\boxed{\mathbf{k(a + b) = ka + kb}}$$

Exemple : $A = 6(x - 4)$
$A = 6x - 24$

b) Double développement (4e)

$$\boxed{\mathbf{(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd}}$$

×	*c*	*d*
a	*ac*	*ad*
b	*bc*	*bd*

Exemple : $B = (x + 2)(x - 3)$
$B = x^2 - 3x + 2x - 6$
$B = x^2 - x - 6$

Factorisation

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

a) par recherche d'un facteur commun (5e- 4e)

$$\boxed{\mathbf{ka + kb = k(a + b)}}$$

Exemples :

$A = 2\underline{a} + \underline{a}^2 - 7\underline{a}b$
$A = a(2 + a - 7b)$

$B = 15x^2 + 25x$
$B = 3x \times \underline{5x} + 5 \times \underline{5x}$
$B = 5x(3x + 5)$

$C = (x + 1)\ \underline{(x + 2)} - 5\ \underline{(x + 2)}$
$C = (x + 2)\ [(x + 1) - 5]$
$C = (x + 2)(x - 4)$

$D = \underline{(2x + 1)}^2 - \underline{(2x + 1)}(x + 3).$
$D = (2x + 1)\ [(2x + 1) - (x + 3)]$
$D = (2x + 1)\ [2x + 1 - x - 3]$
$D = (2x + 1)\ (x - 2)$

3. A quoi ça sert ?

Pour calculer mentalement

$A = 101^2$
$A = (100 + 1)^2$
$A = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
$A = 10\,000 + 200 + 1$
$A = 10\,201.$

$B = 99^2$
$B = (100 - 1)^2$
$B = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
$B = 10\,000 - 200 + 1$
$B = 9\,801.$

$C = 101 \times 99$
$C = (100 + 1)\ (100 - 1)$
$C = 100^2 - 1^2$
$C = 10\,000 - 1$
$C = 9\,999.$

Pour résoudre certaines équations

Voir ci-dessous.

EQUATIONS

1. Egalité et opérations

Soient a, b, c trois nombres

***I.* Si** $a = b$ **alors** $a + c = b + c$
et $a - c = b - c$

Une égalité est conservée si on ajoute ou si on soustrait le même nombre aux deux membres de cette égalité.

Si $a = b$ **(et c ≠ 0) alors** $a \times c = b \times c$
et $a \div c = b \div c$

Une égalité est conservée si on multiplie ou si on divise par le même nombre différent de zéro les deux membres de cette égalité.

2. Equations

Une **équation** est une égalité contenant une (ou plusieurs) **inconnue(s) que l'on cherche à déterminer**.

Résoudre une équation d'inconnue *x*, c'est trouver par quel(s) nombre(s) il faut remplacer *x* pour obtenir une égalité.

Règles

Une équation ne change pas de solution(s) si l'on additionne, soustrait, multiplie, ou divise par le même nombre des deux côtés de l'égalité.

Si a ≠ 0, l'**équation du type** $ax = b$ a pour solution $x = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}$.

L'**équation du type** a + x = ***b*** a pour solution ***x*** **= b - a.**

Exemples Résoudre les équations suivantes :

<table>
<tr>
<td>On met les termes en x dans un membre et les nombres dans l'autre.
$7x - 3 = 15x - 6$
$-3 + 6 = 15x - 7x.$
$3 = 8x$
$x = \frac{3}{8}$
$\frac{3}{8}$ est solution de l'équation. $S = \{ \frac{3}{8} \}$</td>
<td>On développe puis on simplifie les deux membres
$3(x-2) + 6x = 5x - 2(4 - 3x)$
$3x - 6 + 6x = 5x - 8 + 6x$
$9x - 6 = 11x - 8$
$9x - 11x = -8 + 6$
$-2x = -2$
$x = \frac{-2}{-2}$
$x = 1$
1 est solution de l'équation. $S = \{1\}$</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="3">On met tout au même dénominateur.
$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}x + \frac{7}{3}$
$\frac{8}{12}x + \frac{6}{12} = \frac{9}{12}x + \frac{28}{12}$
$8x + 6 = 9x + 28$
$6 - 28 = 9x - 8x$
$-22 = x$
-22 est solution.$S = \{-22\}$</td>
<td>$8x = 0$
$x = 0$
0 est solution . $S = \{0\}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$0x = 12$
L'équation n'a pas de solution.
$S = \{ \}$ ou $S = \varnothing$</td>
</tr>
<tr>
<td>$0x = 0$
Tous les nombres sont solution . $S =]-\infty ; +\infty[$</td>
</tr>
</table>

3. Equation produit $(a x + b) (c x + d) = 0$

Propriété **Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.**

Les solutions de l'équation produit $(a x + b) (c x + d) = 0$ sont les solutions de chacune des équations $a x + b = 0$ et $c x + d = 0$.

Exemple : Résoudre l'équation : $(2 x – 1) (3 + x) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

Donc $2 x – 1 = 0$ **ou** $3 + x = 0$

$2 x = 1$ $x = - 3$

$x = 0,5$

Cette équation admet deux solutions : 0,5 et – 3. $S = \{ - 3 \ ; \ 0,5 \}$